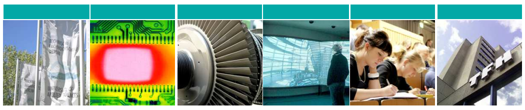
BEUTH HOCHSCHULE FÜR TECHNIK BERLIN
University of Applied Sciences

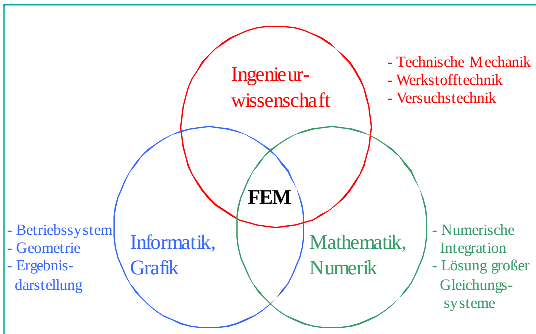
Finite Elemente Methode, 1. LV

Phänomenologie der FEM

Prof. Dr.-Ing. H.-D. Kleinschrodt
FB VIII: Maschinenbau, Veranstaltungstechnik, Verfahrenstechnik



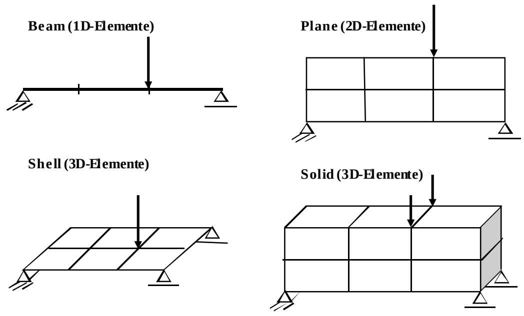
Finite Elemente Methode (FEM)



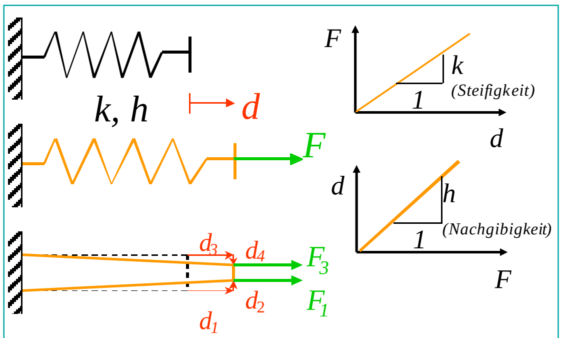
Schritte einer FEM-Analyse

- Geometrieerstellung (auch als Import aus einem externen CAD-Programm)
- Elementierung der Geometrie (Elementtypen, Netzverfeinerung)
- Zuweisung von Materialkennwerten (linear elastisch, elasto-plastisch)
- Aufbringung von Randbedingungen (Lasten und Lagerungen)
- Lösung des Gleichungssystems (direkt oder iterativ)
- Ergebnisdarstellung (numerisch und grafisch mit Animationen)
- Interpretation der Ergebnisse (Plausibilitätskontrolle, Überschlagsberechnung)

Idealisierung (Modellbildung, Elementtypen)



Steifigkeit versus Nachgibigkeit



Steifigkeitsformulierung

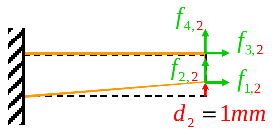
skalar: $k d = F$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{12} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ F_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

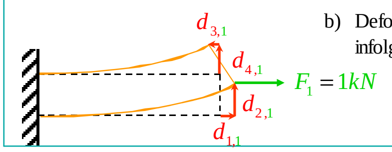
matriziell: $\underline{\underline{K}}\,\underline{d} = \underline{f}$

Direkte Methode der FEM (auch aus Versuchen)

Vereinbarung: 1. Index beschreibt Ort, Art und Richtung
2. Index beschreibt Ursache



a) Festhaltekräfte $f_{i,j}$ infolge d_j



b) Deformationen $d_{i,j}$ infolge F_j

Steifigkeitsmatrix und Nachgibigkeitsmatrix

$$\begin{bmatrix} x & k_{12} & x & x \\ x & k_{22} & x & x \\ x & k_{32} & x & x \\ x & k_{42} & x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1mm \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1,2} \\ f_{2,2} \\ f_{3,2} \\ f_{4,2} \end{bmatrix} \qquad k_{32} = f_{3,2} / 1mm$$

$$\begin{bmatrix} d_{1,1} \\ d_{2,1} \\ d_{3,1} \\ d_{4,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1kN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad h_{21} = d_{2,1} / 1kN$$

Steifigkeit invers zur Nachgibigkeit

$$d = k^{-1} F = hF$$

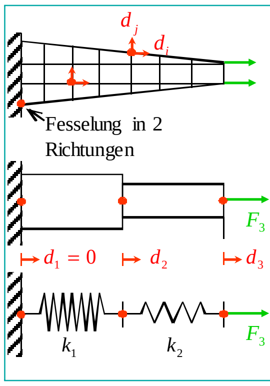
$$\underline{d} = \underline{\underline{H}}\,\underline{f}$$

$$\underline{d} = \underline{\underline{H}}\,\underline{\underline{K}}\,\underline{d}$$

$$\underline{\underline{H}} = \underline{\underline{K}}^{-1}$$

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{H}}^{-1}$$

Bewegungsmöglichkeiten - Fesselungen



a) System mit 30 Knoten
mit je 2 Bewegungsmöglichkeiten

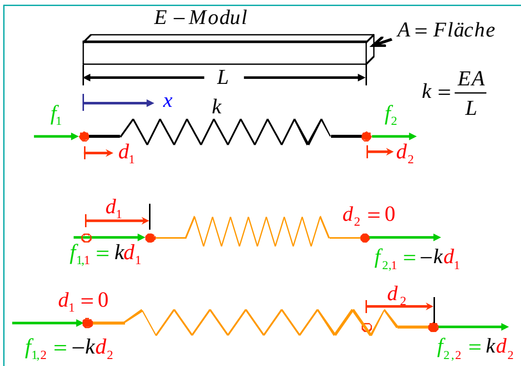
gesamt	60
Fesselungen	8
DOF	52

b) System mit 3 Knoten
mit je 1 Bewegungsmöglichkeiten

gesamt	3
Fesselungen	1
DOF	2

c) System mit 3 Knoten wie b)
jedoch mit einfacheren
Ersatzkennwerten k_i

Dehnstabmatrix aus direkter Methode



$$k = \frac{EA}{L}$$

Element- und Systemmatrix (RB: d_1=0)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{K}}_e} \underbrace{\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}}_{\underline{d}_e} = \underbrace{\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}}_{\underline{f}_e}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}}_{\underline{\underline{K}}} \underbrace{\begin{bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}}_{\underline{d}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ F_3 \end{bmatrix}}_{\underline{f}}$$