Analysis Ia: Arbeitsmaterial

Steffen Voigtmann

BEUTH HOCHSCHULE FÜR TECHNIK BERLIN
University of Applied Sciences

Rechenregeln der Aussagenlogik und der Mengenlehre

letzte Änderung: 23. Oktober 2015

Satz (Tautologien)

A, B, C seien Aussagen. Dann sind die folgenden Aussagen allein aus logischen Gründen immer wahr:

(1)	$\overline{\overline{A}}$	$\Leftrightarrow$	A	(doppelte Verneinung)
(2)	$A \wedge B$	$\Leftrightarrow$	$B \wedge A$	(Kommutativität I)
(3)	$A \vee B$	$\Leftrightarrow$	$B \vee A$	(Kommutativität II)
(4)	$A \wedge (B \wedge C)$	$\Leftrightarrow$	$(A \wedge B) \wedge C$	(Assoziativität I)
(5)	$A \vee (B \vee C)$	$\Leftrightarrow$	$(A \vee B) \vee C$	(Assoziativität II)
(6)	$A \wedge (B \vee C)$	$\Leftrightarrow$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	(Distributivität I)
(7)	$A \vee (B \wedge C)$	$\Leftrightarrow$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	(Distributivität II)
(8)	$(A \Rightarrow B)$	$\Leftrightarrow$	$(\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$	(Kontraposition)
(9)	$(A \Rightarrow B)$	$\Leftrightarrow$	$\overline{A \wedge \overline{B}}$	(indirekter Beweis)
(10)	$\overline{A \wedge B}$	$\Leftrightarrow$	$\overline{A} \vee \overline{B}$	(DeMorgan'sches Gesetz I)
(11)	$\overline{A \vee B}$	$\Leftrightarrow$	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	(DeMorgan'sches Gesetz II)

Satz (Rechenregeln für Mengen)

A, B und C seien Mengen einer Grundgesamtheit X. Dann gilt

(1)	$\overline{\overline{A}}$	$=$	A	(doppeltes Komplement)
(2)	$A \cap B$	$=$	$B \cap A$	(Kommutativität I)
(3)	$A \cup B$	$=$	$B \cup A$	(Kommutativität II)
(4)	$A \cap (B \cap C)$	$=$	$(A \cap B) \cap C$	(Assoziativität I)
(5)	$A \cup (B \cup C)$	$=$	$(A \cup B) \cup C$	(Assoziativität II)
(6)	$A \cap (B \cup C)$	$=$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$	(Distributivität I)
(7)	$A \cup (B \cap C)$	$=$	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$	(Distributivität II
(8)	$A \cap \emptyset$	$=$	$\emptyset$	(Schnitt mit leerer Menge)
(9)	$A \cup \emptyset$	$=$	A	(Vereinigung mit leerer Menge)
(10)	$\overline{A \cap B}$	$=$	$\overline{A} \cup \overline{B}$	(DeMorgan'sches Gesetz I)
(11)	$\overline{A \cup B}$	$=$	$\overline{A} \cap \overline{B}$	(DeMorgan'sches Gesetz II)

Merke

Bei (10) und (11) gilt jeweils: *break the line, change the sign.*